# Formelsammlung Mathematik – Zentrale Prüfungen 10
# Anforderungsniveau HSA

## Ebene Figuren

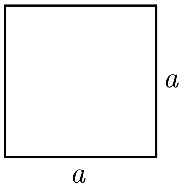
**Quadrat**

*Flächeninhalt:*

$A = a \cdot a = a^2$

*Umfang:*

$u = 4 \cdot a$



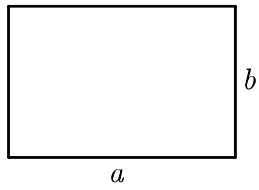

**Rechteck**

*Flächeninhalt:*

$A = a \cdot b$

*Umfang:*

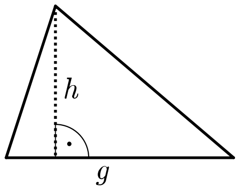
$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$




**Dreieck**

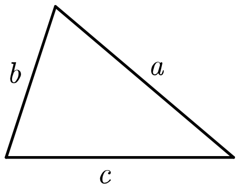
*Flächeninhalt:*

$A = \frac{g \cdot h}{2}$




*Umfang:*

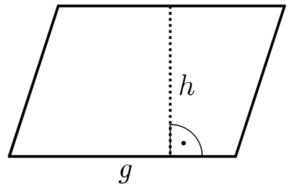
$u = a + b + c$




**Parallelogramm**

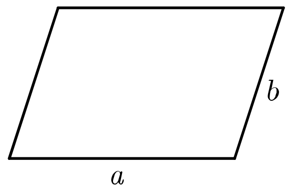
*Flächeninhalt:*

$A = g \cdot h$




*Umfang:*

$u = 2 \cdot a + 2 \cdot b$



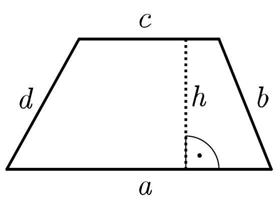

**Trapez**

*Flächeninhalt:*

$A = \frac{a + c}{2} \cdot h$

*Umfang:*

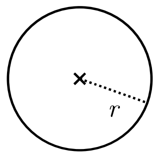
$u = a + b + c + d$




**Kreis**

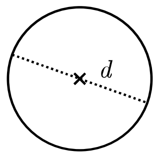
*Radius:* $r$

*Durchmesser:* $d = 2 \cdot r$




*Flächeninhalt:* $A = \pi \cdot r^2$

*Umfang:* $u = 2 \cdot \pi \cdot r$



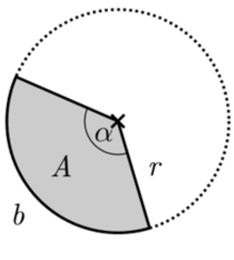

**Kreissektor**

*Flächeninhalt:*

$A = \pi \cdot r^2 \cdot \frac{\alpha}{360°}$

*Kreisbogen:*

$b = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \frac{\alpha}{360°}$

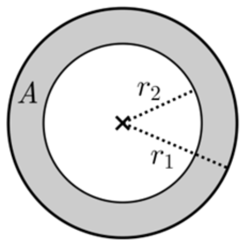



**Kreisring**

*Flächeninhalt:*

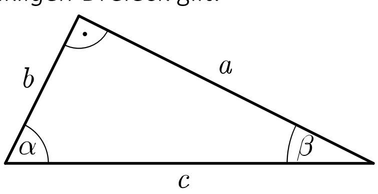
$A = A_1 - A_2$

$= \pi \cdot r_1^2 - \pi \cdot r_2^2$



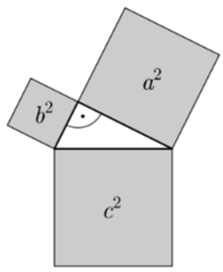

## Satz des Pythagoras

In einem *rechtwinkligen* Dreieck gilt:




Dann ist

$a^2 + b^2 = c^2$




Die beiden *Katheten* $a$ und $b$ bilden einen rechten Winkel.
Die *Hypotenuse* $c$ ist die längste Seite im Dreieck und liegt dem rechten Winkel gegenüber.

## Maßeinheiten

**Länge**

| Kilometer | Meter | Dezimeter | Zentimeter | Millimeter |
|---|---|---|---|---|
| 1 km = | 1000 m | | | |
| | 1 m = | 10 dm | | |
| | | 1 dm = | 10 cm | |
| | | | 1 cm = | 10 mm |

**Fläche**

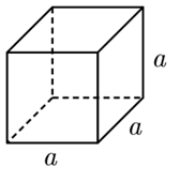
| Quadratmeter | Quadratdezimeter | Quadratzentimeter | Quadratmillimeter |
|---|---|---|---|
| 1 m² = | 100 dm² | | |
| | 1 dm² = | 100 cm² | |
| | | 1 cm² = | 100 mm² |

## Geometrische Körper

### Würfel

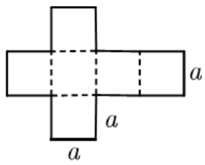
*Volumen:*

$V = a \cdot a \cdot a = a^3$




*Oberfläche:*

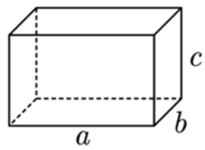
$O = 6 \cdot a \cdot a = 6 \cdot a^2$




### Quader

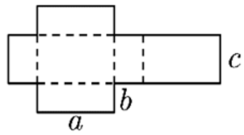
*Volumen:*

$V = a \cdot b \cdot c$




*Oberfläche:*

$O = 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot c + 2 \cdot c \cdot a$



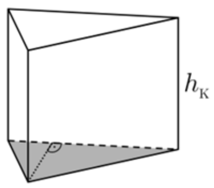

### Prisma

*Beispiel: Dreiecksprisma*

*Grundfläche:* $G$

*Höhe des Körpers:* $h_K$

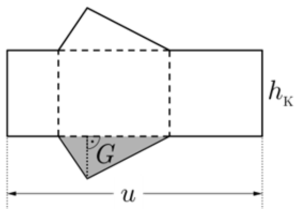
*Umfang der Grundfläche:* $u$




*Volumen:* $V = G \cdot h_K$

*Mantelfläche:* $M = u \cdot h_K$

*Oberfläche:* $O = 2 \cdot G + M$

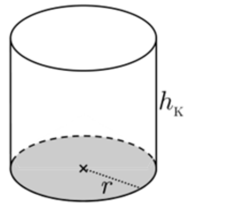



### Zylinder

*Grundfläche (Kreis):* $G = \pi \cdot r^2$

*Höhe des Körpers:* $h_K$

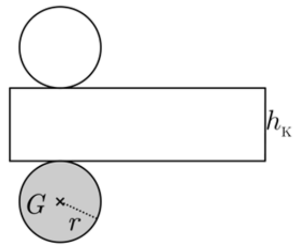
*Umfang der Grundfläche:* $u = 2 \cdot \pi \cdot r$




*Volumen:* $V = G \cdot h_K$

*Mantelfläche:* $M = u \cdot h_K$

*Oberfläche:* $O = 2 \cdot G + M$



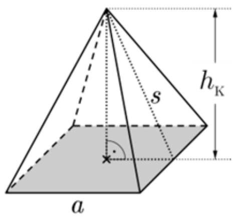

### Pyramide

*Beispiel: Quadratische Pyramide*

*Grundfläche:* $G$

*Höhe des Körpers:* $h_K$

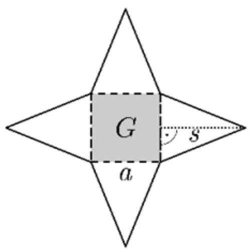
*Höhe der Seitenfläche:* $s$




*Volumen:* $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

*Mantelfläche:* $M$

*Oberfläche:* $O = G + M$

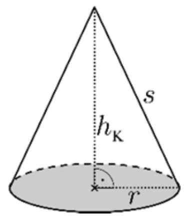



### Kegel

*Grundfläche (Kreis):* $G = \pi \cdot r^2$

*Höhe des Körpers:* $h_K$

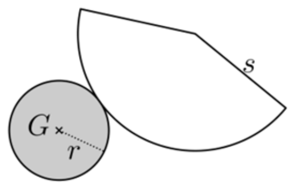
*Länge der Mantellinie:* $s$




*Volumen:* $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h_K$

*Mantelfläche:* $M = \pi \cdot r \cdot s$

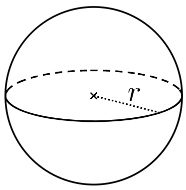
*Oberfläche:* $O = G + M$




### Kugel

*Volumen:* $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$

*Oberfläche:* $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$




## Maßeinheiten

### Volumen

| Kubikmeter | | Kubikdezimeter | | Kubikzentimeter | | Kubikmillimeter |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 m³ | = | 1 000 dm³ | | | | |
| | | 1 dm³ | = | 1 000 cm³ | | |
| | | | | 1 cm³ | = | 1 000 mm³ |

Liter (ℓ) 1 dm³ = 1 ℓ = 1 000 mℓ

1 cm³ = 1 mℓ

### Masse

| Tonne | | Kilogramm | | Gramm | | Milligramm |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 t | = | 1 000 kg | | | | |
| | | 1 kg | = | 1 000 g | | |
| | | | | 1 g | = | 1 000 mg |

## Prozent- und Zinsrechnung

### Prozentrechnung

*Grundwert:* $G \mathrel{\hat{=}} 100\,\%$

$$G = \frac{W}{p\,\%}$$

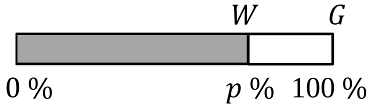
*Prozentsatz:* $p\,\% = \frac{p}{100}$

$$p\,\% = \frac{W}{G}$$

*Prozentwert:* $W$

$$W = G \cdot p\,\%$$

| | *Anteil* | *Größe* | |
|---|---|---|---|
| $:100$ | $100\,\%$ | $G$ | $:100$ |
| $\cdot\, p$ | $1\,\%$ | $\frac{G}{100}$ | $\cdot\, p$ |
| | $p\,\%$ | $W$ | |




*Prozentsätze zur Orientierung*

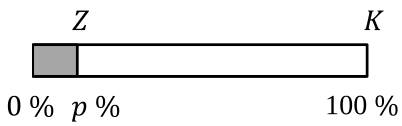
| | | |
|---|---|---|
| $1\,\%$ | $= \frac{1}{100}$ | $= 0{,}01$ |
| $5\,\%$ | $= \frac{1}{20}$ | $= 0{,}05$ |
| $10\,\%$ | $= \frac{1}{10}$ | $= 0{,}1$ |
| $25\,\%$ | $= \frac{1}{4}$ | $= 0{,}25$ |
| $33{,}\overline{3}\,\%$ | $= \frac{1}{3}$ | $= 0{,}\overline{3}$ |
| $50\,\%$ | $= \frac{1}{2}$ | $= 0{,}5$ |
| $100\,\%$ | $= \frac{100}{100}$ | $= 1$ |

### Zinsrechnung

*Kapital:* $K \mathrel{\hat{=}} 100\,\%$

*Zinssatz:* $p\,\%$

*Zinsen:* $Z$




*Jahreszinsen*

$$Z = K \cdot p\,\%$$

*Monatszinsen*

m: Anzahl der Monate

$$Z_{\mathrm{m}} = K \cdot p\,\% \cdot \frac{\mathrm{m}}{12}$$

*Tageszinsen*

t: Anzahl der Tage

$$Z_{\mathrm{t}} = K \cdot p\,\% \cdot \frac{\mathrm{t}}{360}$$

### Zinseszins

*Anfangskapital:* $K_0$

*Zinsfaktor:* $q = 1 + \frac{p}{100}$

*Anzahl der Jahre:* $n$

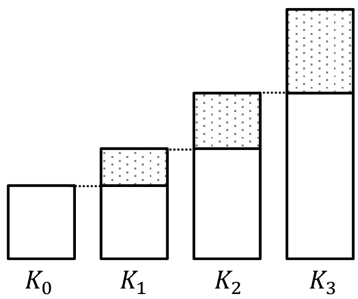
*Kapital mit Zinseszins Jahr für Jahr*

1. Jahr: $K_1 = K_0 \cdot q$
2. Jahr: $K_2 = K_1 \cdot q$
3. Jahr: $K_3 = K_2 \cdot q$

$\vdots \qquad \vdots$

*Kapital mit Zinseszins nach $n$ Jahren*

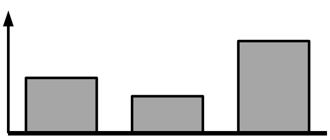
$$K_n = K_0 \cdot q^n$$



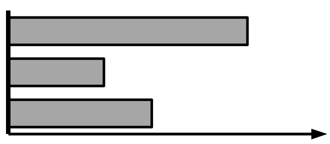

## Diagramme

### Werte darstellen

*Säulendiagramm*

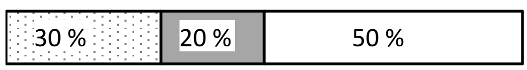


*Balkendiagramm*

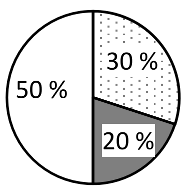


### Anteile darstellen

*Streifendiagramm*




*Kreisdiagramm*




$100\,\% \mathrel{\hat{=}} 360°$

$10\,\% \mathrel{\hat{=}} 36°$

$1\,\% \mathrel{\hat{=}} 3{,}6°$

# Daten

## Häufigkeiten

*absolute Häufigkeit*

Die absolute Häufigkeit gibt an, wie oft ein bestimmter Wert (*Merkmal/Ergebnis/Ereignis*) bei einer Befragung/einem Experiment auftritt.

*relative Häufigkeit*

Die relative Häufigkeit gibt das *Verhältnis* von der absoluten Häufigkeit eines Wertes zu der Anzahl aller Werte an.

$$\text{relative Häufigkeit} = \frac{\text{absolute Häufigkeit}}{\text{Anzahl aller Werte}}$$

*Beispiel:*

In der Klasse 9a sind 30 Schülerinnen und Schüler: 12 Mädchen und 18 Jungen.

| | Mädchen | Jungen |
|---|---|---|
| absolute Häufigkeit | 12 | 18 |
| relative Häufigkeit | $\frac{12}{30} = \frac{2}{5} = 0,4 = 40\ \%$ | $\frac{18}{30} = \frac{3}{5} = 0,6 = 60\,\%$ |

## Daten sammeln und ordnen

*Urliste*

In einer Urliste liegen alle Werte einer Befragung in der Reihenfolge vor, wie sie beobachtet wurden.

*Rangliste*

In einer Rangliste liegen alle Werte einer Befragung in geordneter Reihenfolge vor.

*Beispiel:*

Freunde notieren ihre Schuhgrößen.

| | ungerade Anzahl: fünf Freunde | gerade Anzahl: vier Freunde |
|---|---|---|
| Urliste | 40 ; 39 ; 39 ; 43 ; 38 | 40 ; 39 ; 38 ; 45 |
| Rangliste | 38 ; 39 ; 39 ; 40 ; 43 | 38 ; 39 ; 40 ; 45 |

## Mittelwerte

*arithmetisches Mittel* $\overline{x}$

Das arithmetische Mittel (*Durchschnittswert*) ist die Summe aller Werte geteilt durch die Anzahl der Werte.

*Median* $\tilde{x}$

Der Wert, der in der Mitte einer Rangliste steht, heißt Median (*Zentralwert*).

*Beispiel:*

Freunde vergleichen ihre Schuhgrößen.

| | ungerade Anzahl: fünf Werte | gerade Anzahl: vier Werte |
|---|---|---|
| arithmetisches Mittel | $\frac{(38+39+39+40+43)}{5} = \frac{199}{5} = 39,8$ | $\frac{(38+39+40+45)}{4} = \frac{162}{4} = 40,5$ |
| Median | $38 ; 39 ; \underbrace{39}_{\text{Median}} ; 40 ; 43$<br>39 | $38 ; \underbrace{39 ; 40}_{\text{Median}} ; 45$<br>39 oder 40<br>bzw.:<br>$(39+40):2 = 39,5$ |

# Wahrscheinlichkeitsrechnung

## Laplace-Wahrscheinlichkeit

Laplace-Versuche sind Zufallsversuche, bei denen jedes Ergebnis gleich wahrscheinlich ist.

Für die Wahrscheinlichkeit $P$ eines Ereignisses $E$ gilt:

$$P(E) = \frac{\text{Anzahl der günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl der möglichen Ergebnisse}}$$

*Beispiel:*

Wurf eines Würfels

| | |
|---|---|
| Ereignis: | $E$: „Die Augenzahl ist gerade.“ |
| günstige Ergebnisse: | $2;4;6$ |
| mögliche Ergebnisse: | $1;2;3;4;5;6$ |
| Wahrscheinlichkeit: | $P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\ \%$ |

## Funktionen

Eine Funktion ist eine eindeutige Zuordnung. Dabei wird jeder Ausgangsgröße genau eine Größe zugeordnet.
Eine Funktion kann auf unterschiedliche Weise angegeben werden:

*Wortform*

*Beispiel:*

„Jeder Zahl wird ihre Quadratzahl zugeordnet.“

*Zuordnungsvorschrift*

$x \mapsto x^2$

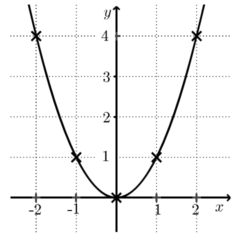
*Funktionsgleichung*

$y = x^2$

*Wertetabelle*

| $x$ | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|
| $y$ | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 |

*Graph*




### Lineare Funktionen

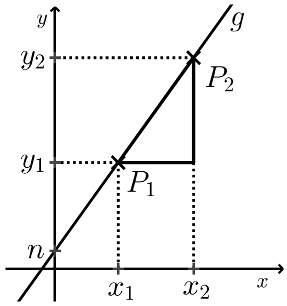
*allgemeine Geradengleichung*

$g\colon y = m \cdot x + n$

*Steigung der Geraden*

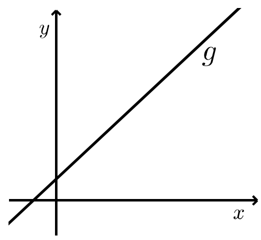
$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1};\quad x_2 \neq x_1$

*$y$-Achsen-Abschnitt:* $n$



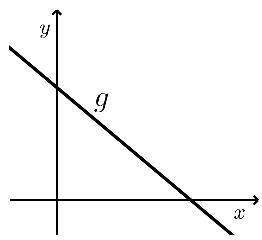

$m > 0$

die Gerade $g$ *steigt*




$m < 0$

die Gerade $g$ *fällt*

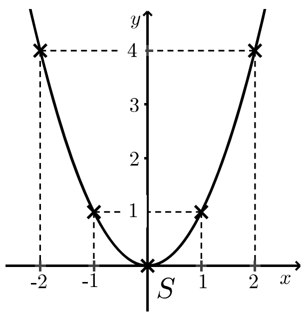



### Eigenschaften von quadratischen Funktionen

*Normalparabel*

$y = x^2$

*Scheitelpunkt* $S\left(0 \mid 0\right)$

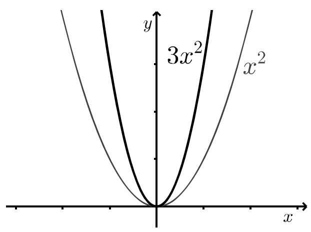



*gestreckte/gestauchte Parabel:* $y = a \cdot x^2$,

*Streckfaktor:* $a$, $a \neq 0$

$a > 1$

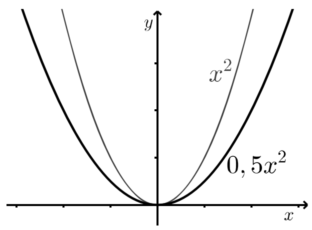
Die Parabel ist *gestreckt*




$a = 3$

$0 < a < 1$

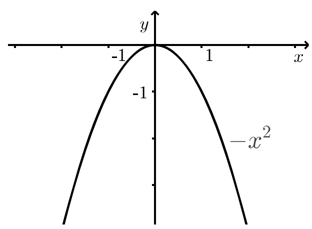
Die Parabel ist *gestaucht*




$a = 0{,}5$

$a < 0$

Die Parabel ist nach *unten geöffnet*




$a = -1$

### Eigenschaften von exponentiellem Wachstum

| | |
|---|---|
| Anfangswert (Startwert) | $W_0$ |
| Wachstumsfaktor | $q$ |
| Anzahl der Zeitabstände | $n$ |
| Gleichung | $W_n = W_0 \cdot q^n$ |

| $n$ | 0 | 1 | 2 | ... |
|---|---|---|---|---|
| $W_n$ | $W_0$ | $W_0 \cdot q$ | $W_0 \cdot q^2$ | ... |

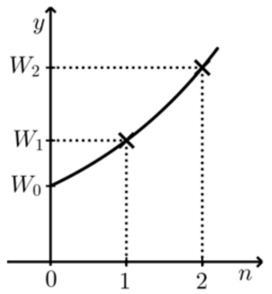
$$0 \xrightarrow{+1} 1 \xrightarrow{+1} 2 \qquad W_0 \xrightarrow{\cdot q} W_0 \cdot q \xrightarrow{\cdot q} W_0 \cdot q^2$$

*prozentuale Zunahme*

um $p\%$:

$q > 1$

$q = 1 + \dfrac{p}{100}$




*prozentuale Abnahme*

um $p\%$:

$0 < q < 1$

$q = 1 - \dfrac{p}{100}$